

Министерство науки и высшего образования  
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Донецкий государственный университет»

Факультет математики и информационных технологий  
Кафедра математического анализа и дифференциальных уравнений

УТВЕРЖДАЮ  
проректор

\_\_\_\_\_ П. А. Машаров  
«17» апреля 2025 г.  
МП

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

### **ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ**

Укрупненная группа направлений подготовки	01.00.00 Математика и механика
Программа высшего образования	Программа бакалавриата
Направление подготовки	01.03.02 Прикладная математика и информатика
Направленность (профиль) образовательной программы	Прикладная математика и информатика
Квалификация	Бакалавр
Форма обучения	Очная

Рабочая программа может быть адаптирована для лиц  
с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Донецк 2025

Рабочая программа дисциплины «Дифференциальные уравнения» для обучающихся по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика (Профиль: Прикладная математика и информатика) составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 г. № 9 (с изм. и доп.), Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 06 апреля 2021 г. № 245 (с изм. и доп.), в соответствии с учебным планом, утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «ДонГУ» для набора 2025 года.

Разработчик:

доцент кафедры математического анализа и  
дифференциальных уравнений,  
канд. физ.-мат. наук

А.В. Агибалова

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений.  
Протокол от 08.04.2025 г. № 10.

Заведующий кафедрой

В.В. Волчков

СОГЛАСОВАНО:

Декан факультета математики и  
информационных технологий  
16.04.2025 г.

И. А. Моисеенко

Учебно-методическая комиссия факультета математики и информационных технологий.  
Протокол от 16.04.2025 г. № 3.  
Председатель

Л. И. Селякова

Руководитель основной образовательной  
программы, д-р физ.-мат. наук, доц.  
03.04.2025 г.

Р. Н. Нескородев

## 1. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. Требования к предварительной подготовке обучающихся, предшествующие и сопутствующие дисциплины, на которых основывается изучение данной:

базовая подготовка по математике в объеме программы средней школы;

дисциплины программы бакалавриата: Математический анализ, Алгебра и геометрия.

1.2. Дисциплины, курсовые работы и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее:

Комплексный анализ, Функциональный анализ, Теория вероятностей и математическая статистика, Уравнения математической физики, Методы оптимизации, Численные методы.

## 2. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 2.1. Общая характеристика

Наименование показателя	Значение показателя
Название образовательной программы (далее – ОП)	01.03.02 Прикладная математика и информатика (Профиль: Прикладная математика и информатика)
Шифр и название в соответствии с учебным планом	Б1.Б. Дифференциальные уравнения
Часть образовательной программы	Базовая часть
Количество зачетных единиц / всего часов	8 / 288

В случае предъявления от обучающегося или его родителя (законного представителя) заявления на обучение по адаптированной образовательной программе высшего образования, подкрепленного заключением психолого-медико-педагогической комиссии (ПМПК) или медико-социальной экспертизы (МСЭ) с рекомендациями создания индивидуальной программы реабилитации и абилитации (ИПРА), данная рабочая программа может быть адаптирована с учетом индивидуальных особенностей здоровья обучающегося.

### 2.2. Распределение часов по формам и периодам обучения

Форма обучения	курс	семестр	Общее количество часов					Форма контроля
			лекционных	лабораторных	практических	самостоятельной работы + контроль	всего	
Очная	2	3	34	34	–	76	144	экзамен
Очная	2	4	30	–	30	84	144	экзамен
Очная, всего			64	34	30	160	288	

## 3. ЦЕЛИ ДИСЦИПЛИНЫ

Фундаментальная подготовка в области дифференциальных уравнений; овладение методами решения основных типов дифференциальных уравнений и их систем; овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в приложениях.

#### 4. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ КОМПОНЕНТА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ, ИХ ИНДИКАТОРЫ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

##### 4.1. Компетенции

ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

##### 4.2. Индикаторы компетенций

ОПК-1.1. Применяет методы дифференциальных уравнений для решения фундаментальных и прикладных задач в профессиональной деятельности.

##### 4.3. Результаты обучения

ОПК-1.1.1. Знает основные определения и формулировки, методы решения задач, схемы доказательств теорем.

ОПК-1.1.2. Умеет выбирать и использовать необходимые методы и вычислительные средства, решать задачи дисциплины (интегрировать основные типы дифференциальных уравнений, решать линейные однородные и неоднородные системы дифференциальных уравнений, решать краевые задачи, исследовать на устойчивость, решать некоторые уравнения в частных производных) и применять их для решения других математических задач.

ОПК-1.1.3. Аргументированно выбирает метод решения задачи, устанавливает свойства математических объектов, закономерности между ними, доводит решение задачи до приемлемого (числового или символьного) результата, оценивает и анализирует полученный результат.

#### 5. ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Название темы	Краткое содержание темы (вопросы темы)
Раздел 1. Элементарные дифференциальные уравнения	1.1 Общие сведения о дифференциальных уравнениях. Основные типы элементарных уравнений. 1.2 Уравнения первого порядка в общей форме. Существование и единственность решения задачи Коши. 1.3 Дифференциальные уравнения высших порядков
Раздел 2. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка	2.1 Общая теория. 2.2 Однородные уравнения. 2.3 Неоднородные уравнения.
Раздел 3. Нормальные линейные системы первого порядка	3.1 Общая теория. 3.2 Однородные системы с постоянными коэффициентами. 3.3 Неоднородные системы
Раздел 4. Краевая задача	Постановка задачи. Решение краевой задачи методом функции Грина
Раздел 5. Нелинейные системы и уравнения в частных производных	5.1 Нелинейные системы и методы их решения. 5.2 Уравнения с частными производными первого порядка
Раздел 6. Элементы теории устойчивости	Постановка задачи. Теоремы Ляпунова об устойчивости по первому приближению.

## 6. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 6.1. Форма обучения – очная, курс – 2, семестр – 3

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лекц.	Лабор.	Практ.	СРС+К	Всего
<b>Раздел 1. Элементарные дифференциальные уравнения</b>	<b>14</b>	<b>20</b>	<b>--</b>	<b>36</b>	<b>70</b>
Общие сведения о дифференциальных уравнениях. Основные типы элементарных уравнений.	6	14	–	20	40
Уравнения первого порядка в общей форме. Существование и единственность решения задачи Коши.	4	2	–	8	12
Дифференциальные уравнения высших порядков	4	4	–	8	16
<b>Раздел 2. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка</b>	<b>10</b>	<b>8</b>	<b>–</b>	<b>20</b>	<b>38</b>
Общая теория.	2	--	–	8	10
Однородные уравнения.	4	4	–	6	14
Неоднородные уравнения.	4	4	–	6	14
<b>Раздел 3. Нормальные линейные системы - го порядка</b>	<b>10</b>	<b>6</b>	<b>–</b>	<b>20</b>	<b>36</b>
Общая теория.	4	--	–	8	12
Однородные системы с постоянными коэффициентами.	4	2	–	6	12
Неоднородные системы	2	4	–	6	12
<b>ИТОГО ЗА СЕМЕСТР</b>	<b>34</b>	<b>34</b>	<b>--</b>	<b>76</b>	<b>144</b>

### 6.2. Форма обучения – очная, курс – 2, семестр – 4

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лекц.	Лабор.	Практ.	СРС+К	Всего
<b>Раздел 4. Краевая задача</b>	<b>8</b>	<b>--</b>	<b>8</b>	<b>28</b>	<b>34</b>
<b>Раздел 5. Нелинейные системы и уравнения в частных производных</b>	<b>14</b>	<b>–</b>	<b>14</b>	<b>28</b>	<b>56</b>
Нелинейные системы и методы их решения.	8	–	8	14	30
Уравнения с частными производными первого порядка	6	–	6	14	26
<b>Раздел 6. Элементы теории устойчивости</b>	<b>8</b>	<b>–</b>	<b>8</b>	<b>28</b>	<b>44</b>
<b>ИТОГО ЗА СЕМЕСТР</b>	<b>30</b>	<b>--</b>	<b>30</b>	<b>84</b>	<b>144</b>
<b>ИТОГО ПО КОМПОНЕНТУ ОПОП</b>	<b>64</b>	<b>34</b>	<b>30</b>	<b>160</b>	<b>288</b>

## 7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ (СРЕДСТВА) ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

### 7.1. Контрольные вопросы

1. Уравнения с разделяющимися переменными.
2. Однородные уравнения.
3. Линейные уравнения.
4. Уравнения Бернулли.
5. Уравнения в полных дифференциалах.

6. Уравнения, не разрешенные относительно производной.

## Раздел 2

7. Интегрирование дифференциальных уравнений  $n$ -го порядка при помощи понижения порядка.

8. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с непрерывными коэффициентами (однородное и неоднородное уравнение, общее решение, линейно независимая система функций, фундаментальная система решений, вронскиан и его свойства). Теорема об общем виде решения линейного ОДУ  $n$ -го порядка.

9. Линейное однородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами (построение ФСР: случай простых корней; вещественные решения уравнений с вещественными коэффициентами; случай кратных корней).

10. Решение неоднородного линейного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами и правой частью в виде квазимногочлена (специального вида).

11. Интегрирование линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами методом вариации постоянных.

12. Линейные ОДУ с переменными коэффициентами (частный случай ~~~~ уравнение Эйлера), понижение порядка уравнения.

## Раздел 3

13. Задача Коши для нормальных систем ДУ.

14. Линейные однородные системы.

15. Линейные неоднородные системы.

16. Основные методы решения линейных систем.

## Раздел 4

17. Основные типы краевых задач.

18. Функция Грина краевой задачи.

19. Теорема Гильберта существования и единственности решения краевой задачи.

## Раздел 5

20. Первые интегралы нормальной системы ДУ и их свойства.

21. Критерий первого интеграла.

22. Симметрические системы ДУ.

## Раздел 6

23. Устойчивость по Ляпунову и асимптотическая устойчивость (определение и формулировки теорем об устойчивости).

24. Особые точки автономных систем, их классификация.

### 7.2. Темы письменных работ (типы задач)

Контрольные работы по практике темам:

– решение элементарных дифференциальных уравнений;

– решение линейных однородных и линейных неоднородных уравнений с постоянными коэффициентами;

-- решение линейных систем с постоянными коэффициентами;

-- первые интегралы нормальных систем, уравнения в частных производных;

-- устойчивость по Ляпунову.

Контрольная работа по проверке теоретических знаний – по всем темам, с использованием указанных выше контрольных вопросов.

### 7.3. Образец содержания экзаменационного билета (при наличии экзамена по дисциплине)

1. Метод Бернулли решения линейного дифференциального уравнения первого порядка.

2. Метод вариации произвольных постоянных для линейных неоднородных систем.  
 3. Решить уравнение  $(x^2 + 4)y' - 2xy = 0, \quad y(1) = 5.$

4. Решить систему

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x + y \\ \dot{y} = 3x + 4y \end{cases}$$

5. Решить систему

$$\frac{dx}{y} = \frac{dy}{x} = \frac{dz}{z}$$

В случае ведения учебного процесса с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, содержание билета может отличаться от приведенного.

## 8. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ БАЛЛОВ, КОТОРЫЕ ПОЛУЧАЮТ ОБУЧАЮЩИЕСЯ

Общая оценка знаний обучающихся по дисциплине проводится по 100-балльной шкале исходя из максимума, приведенного в таблице ниже.

Организационно-учебная работа в аудитории оценивается на основе таких критериев как посещаемость занятий, своевременное и качественное выполнение домашних заданий, активность во время проведения лекционных и практических занятий (участие в обсуждении текущего и пройденного материала, решение задач и т.п.).

Самостоятельная работа оценивается на основе предоставленных на проверку выполненных домашних, индивидуальных заданий с учетом своевременности их предоставления и соответствия требованиям к их выполнению.

Количество баллов за контрольную работу вычисляется как сумма баллов за все входящие в её состав задания. Каждое задание оценивается исходя из максимально возможного количества баллов с учетом правильности выполнения задания, полноты приводимых обоснований.

По результатам работы в семестре обучающийся, набравший не менее 60 баллов, имеет право получить оценку. Те, кто претендует на более высокий балл, проходят промежуточную аттестацию. Максимальное количество баллов на промежуточной аттестации – 100. Общее количество баллов за семестр вычисляется как максимальная из полученных за семестр и на промежуточной аттестации и выставляется согласно принятому порядку.

### 8.1. Семестр 3

Номера разделов	Виды работ	Максимальное количество баллов
1-3	Организационно-учебная работа в аудитории	5
	Самостоятельная работа	5
	Контрольные работы по практике	45
	Контрольные работы по теоретическому материалу	45
ИТОГО		100
Зачёт		100
Общий итог за семестр		100

### 8.2. Семестр 4

Номера разделов	Виды работ	Максимальное количество баллов
3-6	Организационно-учебная работа в аудитории	5

	Самостоятельная работа	5
	Контрольные работы по практике	45
	Контрольные работы по теоретическому материалу	45
ИТОГО		100
Экзамен		100
Общий итог за семестр		100

### 8.3. Соответствие баллов оценке

Количество баллов из 100	ECTS	Оценка по пятибалльной шкале	
		Экзамен, дифференцированный зачет	Зачет
90-100	A	отлично	зачтено
80-89	B	хорошо	зачтено
75-79	C		зачтено
70-74	D	удовлетворительно	зачтено
60-69	E		зачтено
35-59	FX	неудовлетворительно	не зачтено
0-34	F		не зачтено

## 9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Учебные занятия проводятся в Главном корпусе ДонГУ (г. Донецк, пр. Гурова, 6). Для проведения занятий требуется аудитория, оборудованная меловой или маркерной доской, мультимедийный проектор и экран, ноутбук, комплект учебной мебели для студентов, рабочее место преподавателя, выход в Интернет – проводной или с использованием Wi-Fi.

Для самостоятельной работы используются текстовые и электронные ресурсы Научной библиотеки университета и других электронных библиотечных баз данных, учебно-методическое обеспечение, представленное в учебно-методическом кабинете Главного корпуса (ауд. 405).

Обучающиеся имеют возможность использовать учебные материалы по дисциплине, размещенные на платформе Moodle Центра дистанционного образования ФГБОУ ВО «ДонГУ». При изучении дисциплины могут применяться электронное обучение и дистанционные образовательные технологии.

С использованием ресурсов платформы дистанционного образования осуществляется текущий контроль знаний обучающихся на основе тестирования и проверки результатов самостоятельной работы.

## 10. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

### 10.1. Основная литература

1. Лиманский Д. В., Машаров П. А. Дифференциальные уравнения. Часть I: учебное пособие / Д. В. Лиманский, П. А. Машаров. - Донецк: ГОУ ВПО «ДонНУ», 2019. – 142 с.
2. Лиманский Д. В. Дифференциальные уравнения. Часть II: учебное пособие / Д. В. Лиманский, П. А. Машаров. - Донецк: ГОУ ВПО «ДонНУ», 2020. – 166 с.
3. Петровский И. Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений: [Учеб. для мех.- мат. специальностей ун-тов] / И. Г. Петровский; Под ред. А. Д. Мышкиса, О. А. Олейник. - 7-е изд. - М. : Изд-во Моск. ун-та, 1984. - 295 с.



4. Филиппов, А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям: [Для вузов]. - 7-е изд. - М. : Наука, 1992. - 127 с.

#### 10.2. Дополнительная литература

5. Тихонов, А. Н. Дифференциальные уравнения: [Учеб. для физ.-мат. специальностей вузов] / А. Н. Тихонов, А. Б. Васильева, А. Г. Свешников. - М. : Наука, 1980. - 232 с.

6. Понtryгин, Л. С. Обыкновенные дифференциальные уравнения: [учебник для вузов] / Л. С. Понtryгин. - 3-е изд. - Москва: Наука, 1970. - 332 с.

#### 10.3. информационные ресурсы

1. **Национальная электронная библиотека** (НЭБ): федеральная государственная информационная система / Министерство Культуры РФ; Российская государственная библиотека. – Москва, 2019- . – URL: <https://rusneb.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный, подписка. Необходима установка программного обеспечения. – Текст: электронный.

2. **eLIBRARY.RU**: научная электронная библиотека: сайт. – Москва, 2000- . – URL: <https://elibrary.ru> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. –Текст: электронный.

3. Научная электронная библиотека «**КиберЛенинка**»: сайт / Ассоциация «Открытая наука». – Москва, 2014- . – URL: <https://cyberleninka.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.

4. Электронно-библиотечная система «**Лань**»: [сайт]. – URL: <https://e.lanbook.com> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: издания Сетевой электронной библиотеки, для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.

5. **ЭБС Юрайт**: электронная библиотечная система: сайт. – Москва, 2013. – URL: <https://urait.ru/library/svobodnyy-dostup/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: издания свободного доступа, для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.

6. **Электронно-библиотечная система ДонГУ**: сайт / ФГБОУ ВО «ДонГУ». – Донецк, 2016- . – URL: <http://library.donnu.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.

7. **Электронный каталог** Научной библиотеки ДонГУ: раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://library.donnu.ru/catalog/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: поиск свободный, электронные документы – для пользователей ДонГУ.

8. **Электронный архив ДонГУ**: раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://repo.donnu.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный.

### 11. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. Windows 7 PRO (корпоративная лицензия ДонГУ № 46484614)
2. Microsoft Office (корпоративная лицензия ДонГУ № 46472919)
3. Microsoft Visual Studio (лицензия программы Dream Spark для высших учебных заведений)
4. Антивирус Касперского, Adobe Acrobat Reader, xPDF (лицензии GPL, Apache, BSD для свободного программного обеспечения).